

# Bruchrechnung

## 1. Kürzen und Erweitern

Brüche kann man kürzen, indem man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.

Beispiele:  $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$                        $\frac{7x^2}{x} = \frac{7x}{1} = 7x$

Beachten Sie: **In Differenzen und in Summen kürzen nur die Dummen!**

Beispiel:  $\frac{x+7}{7}$  kann nicht gekürzt werden, wohl aber  $\frac{3 \cdot (x+1)}{5 \cdot (x+1)} = \frac{3}{5}$ !

Brüche kann man erweitern, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert.

Beispiele:  $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}$                        $7 = \frac{7 \cdot 2}{2} = \frac{14}{2}$

## 2. Addition und Subtraktion von Brüchen

Zwei Brüche können addiert oder subtrahiert werden, wenn sie den gleichen Nenner besitzen.

Beispiele:  $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$                        $\frac{4}{7} - \frac{5}{7} = -\frac{1}{7}$

Sind die Nenner nicht gleich, muss das kleinste gemeinsame Vielfache der Nenner gesucht und entsprechend erweitert werden.

Beispiele:  $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15}$                        $\frac{2}{3} - 7 = \frac{2}{3} - \frac{7}{1} = \frac{2}{3} - \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3} - \frac{21}{3} = -\frac{19}{3}$

## 3. Multiplikation und Division von Brüchen

Zwei Brüche werden multipliziert, indem jeweils die Zähler und die Nenner miteinander multipliziert werden.

Beispiele:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$                        $\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 1} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 1} = \frac{10}{3}$

Durch einen Bruch wird dividiert, indem mit dem Kehrwert multipliziert wird.

Beispiele:  $\frac{2}{4} = \frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$                        $\frac{4}{7} : 5 = \frac{4}{7} : \frac{5}{1} = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4 \cdot 1}{7 \cdot 5} = \frac{4}{35}$

## Übungsaufgaben

### Vereinfachen bzw. berechnen Sie!

- 1)  $\frac{12}{24}$     2)  $\frac{63}{9}$     3)  $\frac{4a}{2}$     4)  $\frac{5a+2}{2}$     5)  $\frac{a^5}{a^4}$     6)  $\frac{x+7}{x-7}$     7)  $\frac{11}{3} \cdot 5$     8)  $\frac{17}{2} + \frac{4}{2}$
- 9)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$     10)  $2 \cdot \frac{3}{7}$     11)  $4 - \frac{1}{6}$     12)  $\frac{12}{5} : 4$     13)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7}$     14)  $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{6}}$     15)  $\frac{2}{3} \cdot 7$     16)  $\frac{\frac{4}{7}}{6}$
- 17)  $\frac{3}{\frac{1}{7}}$     18)  $\frac{16}{3} - \frac{1}{7}$     19)  $3 - \frac{2}{5} + \frac{5}{6}$     20)  $5 : \frac{2}{7}$     21)  $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{10} + 5$     22)  $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) \cdot 9$
- 23)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5}$     24)  $\frac{\frac{4}{7}}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2}$     25)  $\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}{4}$     26)  $\frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{4}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{2}} \cdot 5$

### Lösungen

- 1)  $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$     2)  $\frac{63}{9} = 7$     3)  $\frac{4a}{2} = 2a$     4)  $\frac{5a+2}{2}$  kann nicht gekürzt werden!
- 5)  $\frac{a^5}{a^4} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a} = a$     6)  $\frac{x+7}{x-7}$  kann nicht gekürzt werden!    7)  $\frac{11}{3} \cdot 5 = \frac{11 \cdot 5}{3 \cdot 1} = \frac{11 \cdot 5}{3 \cdot 1} = \frac{55}{3}$
- 8)  $\frac{17}{2} + \frac{4}{2} = \frac{21}{2}$     9)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}$     10)  $2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{6}{7}$
- 11)  $4 - \frac{1}{6} = \frac{4}{1} - \frac{1}{6} = \frac{4 \cdot 6}{1 \cdot 6} - \frac{1}{6} = \frac{24}{6} - \frac{1}{6} = \frac{23}{6}$     12)  $\frac{12}{5} : 4 = \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$     13)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$
- 14)  $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{6}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{2} = \frac{6}{6} = 1$     15)  $\frac{2}{3} \cdot 7 = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 1} = \frac{14}{3}$     16)  $\frac{\frac{4}{7}}{\frac{1}{6}} = \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{1} = \frac{4 \cdot 6}{7 \cdot 1} = \frac{24}{7}$
- 17)  $\frac{3}{\frac{1}{7}} = \frac{3}{1} \cdot \frac{7}{1} = 21$     18)  $\frac{16}{3} - \frac{1}{7} = \frac{16 \cdot 7}{3 \cdot 7} - \frac{1 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{112}{21} - \frac{3}{21} = \frac{109}{21}$
- 19)  $3 - \frac{2}{5} + \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 30}{1 \cdot 30} - \frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 6} + \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{90}{30} - \frac{12}{30} + \frac{25}{30} = \frac{103}{30}$     20)  $5 : \frac{2}{7} = \frac{5}{1} \cdot \frac{7}{2} = \frac{35}{2}$
- 21)  $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{10} + 5 = \frac{12}{20} + \frac{5 \cdot 20}{1 \cdot 20} = \frac{12}{20} + \frac{100}{20} = \frac{112}{20} = \frac{28}{5}$
- 22)  $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) \cdot 9 = \left(\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 4}\right) \cdot 9 = \left(\frac{15}{20} - \frac{4}{20}\right) \cdot 9 = \frac{11 \cdot 9}{20 \cdot 1} = \frac{99}{20}$     23)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{7 \cdot 8 \cdot 5} = \frac{6}{280} = \frac{3}{140}$
- 24)  $\frac{\frac{4}{7}}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} = \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{1} + \frac{1}{2} = \frac{8}{7} + \frac{1}{2} = \frac{8 \cdot 2}{7 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 7} = \frac{16}{14} + \frac{7}{14} = \frac{23}{14}$     25)  $\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}{\frac{5}{4}} = \frac{\frac{5}{10} + \frac{6}{10}}{\frac{5}{4}} = \frac{\frac{11}{10}}{\frac{5}{4}} = \frac{11}{10} \cdot \frac{4}{5} = \frac{44}{50} = \frac{22}{25}$
- 26)  $\frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{4}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{2}} \cdot 5 = \frac{\frac{1}{8} + \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2}}{\frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2}} \cdot 5 = \frac{\frac{1}{8} + \frac{2}{8}}{\frac{6}{14} - \frac{2}{14}} \cdot 5 = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{4}{14}} \cdot 5 = \frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{14}{4}\right) \cdot 5 = -\frac{210}{32} = -\frac{105}{16}$